Prüfungsaufgabe 1998/II

Zwei Normalparabeln schneiden sich in den Punkten A (-3 /-1) und B (2 / 4). Die Parabel p_1 ist nach unten geöffnet und hat den Scheitelpunkt S_1 (0 / 8). Die Parabel p_2 ist nach oben geöffnet.

a) Geben Sie die Funktionsgleichungen der Parabeln p_1 und p_2 jeweils in der Normalform an.
b) Ermitteln Sie den Scheitelpunkt S_2 von p_2 aus der Funktionsgleichung.
c) Zeichnen Sie die beiden Parabeln in ein geeignetes Koordinatensystem.

a) Funktionsgleichungen der Parabeln p_1 und p_2 :

Funktionsgleichung Parabel p_1:

Lösungsschema: Einsetzen des Scheitelpunktes in die Scheitelpunktsform (! nach unten geöffnet)

Scheitelpunktform allgemein: $y = -(x - x_s)^2 + y_s$

Einsetzen der Koordinaten: $y = -(x - 0)^2 + 8$

$y = -x^2 + 8$

Funktionsgleichung p_2 : $\underline{\underline{y = -x^2 + 8}}$

Funktionsgleichung Parabel p_2:

Lösungsschema: Einsetzen der Koordinatenpunkte in die allgemeine Funktionsgleichung

Funktionsgleichung allgemein: $y = x^2 + bx + c$

Funktionsgleichung I:

$-1 = (-3)^2 + b \cdot (-3) + c$

$-1 = 9 - 3b + c$

$-10 = -3b + c$

$\underline{\underline{c = 3b - 10}}$

Funktionsgleichung II:

$4 = 2^2 + b \cdot 2 + c$

$4 = 4 + 2b + c$

$\underline{\underline{0 = 2b + c}}$

Einsetzen I in II:

$0 = 2b + 3b - 10$

$10 = 5b \qquad / : 5$

$\underline{\underline{2 = b}}$

Einsetzen in I:

$c = 3 \cdot 2 - 10$

$\underline{\underline{c = -4}}$

Funktionsgleichung: $\underline{\underline{y = x^2 + 2x - 4}}$

b) Scheitelpunkt S_2 von p_2:

Lösungsschema: Umformen in die Scheitelpunktform mit quadratischer Ergänzung

$y = x^2 + 2x - 4$

$y = x^2 + 2x + 1^2 - 1^2 - 4$

$y = (x + 1)^2 - 5$

Ablesen des Scheitelpunktes aus der Scheitelpunktform :

$\underline{\underline{S_1 (-1 / -5)}}$